

Σύμφωνα με την θεωρία των πολωνύμων όταν το $P(x)$ διαιρεθεί με το $(x - \alpha)^2$ δίνει πηλίκο ένα πολώνυμο $\Pi(x)$ και υπόλοιπο ένα πολώνυμο $\boxed{v(x) = \beta x + \gamma}$, το οποίο είναι 1^ο βαθμού διότι το $(x - \alpha)^2$ είναι 2^ο βαθμού. Και σύμφωνα με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης θα ισχύει

$$P(x) = (x - \alpha)^2 \Pi(x) + \beta x + \gamma \quad (1)$$

Παραγωγίζοντας την (1) έχουμε

$$P'(x) = 2(x - \alpha)\Pi(x) + (x - \alpha)^2 \Pi'(x) + \beta \quad (2)$$

Οπότε

$$(2) \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=\alpha} P'(\alpha) = 2(\alpha - \alpha)\Pi(\alpha) + (\alpha - \alpha)^2 \Pi'(\alpha) + \beta \Rightarrow \boxed{\beta = P'(\alpha)}$$

Ακόμη

$$(1) \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=\alpha} P(\alpha) = (\alpha - \alpha)^2 \Pi(\alpha) + \beta\alpha + \gamma \Rightarrow P(\alpha) = \beta\alpha + \gamma \xRightarrow{\beta=P'(\alpha)} P(\alpha) = P'(\alpha)\alpha + \gamma \Rightarrow \Rightarrow \boxed{\gamma = P(\alpha) - \alpha P'(\alpha)}$$

Επομένως το υπόλοιπο θα είναι

$$\boxed{v(x)} = \beta x + \gamma = \boxed{xP'(\alpha) + [P(\alpha) - \alpha P'(\alpha)]}$$