

15.46

Επειδή η g είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, θα είναι και η f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πράξεις παραγωγισίμων με

$$f'(x) = g'(\ln x)(\ln x)' \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(\ln x)}{x}$$

Ακόμη επειδή η g' είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, θα είναι και η f' παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πράξεις παραγωγισίμων άρα η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f''(x) = \frac{g''(\ln x) \cdot \frac{1}{x} - g'(\ln x)}{x^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{g''(\ln x) - g'(\ln x)}{x^2} \quad (1)$$

Οπότε

$$\boxed{f''(1)} \stackrel{(1)}{=} \frac{g''(\ln 1) - g'(\ln 1)}{1^2} = g''(0) - g'(0) \stackrel{g''(0)=1+g'(0) \Rightarrow g''(0)-g'(0)=1}{=} \boxed{1}$$