Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

14.6 1)

$$\boxed{f'(x_o)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h}\overset{\substack{f(x_o+h)=(x_o+h)^2+(x_o+h)-2\\ f(x_o)=x_o^2+x_o-2}}{=}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(x_o+h)^2+(x_o+h)-2-(x_o^2+x_o-2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x_o^2}+2x_oh+h^2+\cancel{x_o}+h\cancel{-2}-\cancel{x_o^2}-\cancel{x_o}\cancel{+2}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(2x_o+h+1)}{\cancel{h}}=2x_o+0+1=\boxed{2x_o+1}$$

14.6 2)

1) $$\boxed{f'(x_o)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h}\overset{\substack{f(x_o+h)=2(x_o+h)+1\\ f(x_o)=2x_o+1}}{=}\lim_{h\to 0}\frac{2(x_o+h)+\cancel{1}-2x_o-\cancel{1}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{2x_o}+2h-\cancel{2x_o}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}}=\boxed{2}$$

14.6 3)

$$\boxed{f'(x_o)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h}\overset{\substack{f(x_o+h)=2(x_o+h)^2-3(x_o+h)+1\\ f(x_o)=2x_o^2-3x_o+1}}{=}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2(x_o+h)^2-3(x_o+h)+\cancel{1}-2x_o^2+3x_o-\cancel{1}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2(x_o^2+2x_oh+h^2)-\cancel{3x_o}-3h-2x_o^2+\cancel{3x_o}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{2x_o^2}+4x_oh+2h^2-3h-\cancel{2x_o^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(4x_o+2h-3)}{\cancel{h}}=\boxed{4x_o-3}$$

14.6 4)

$$\boxed{f'(x_o)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h}\overset{\substack{f(x_o+h)=\frac{x_o+h}{x_o+h+1}\\ f(x_o)=\frac{x_o}{x_o+1}}}{=}\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x_o+h}{x_o+h+1}-\frac{x_o}{x_o+1}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{(x_o+h)(x_o+1)-x_o(x_o+h+1)}{(x_o+h+1)(x_o+1)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x_o+h)(x_o+1)-x_o(x_o+h+1)}{h(x_o+h+1)(x_o+1)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x_o^2}+\cancel{x_o}+\cancel{hx_o}+h-\cancel{x_o^2}-\cancel{x_oh}-\cancel{x_o}}{h(x_o+h+1)(x_o+1)}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(x_o+h+1)(x_o+1)}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{(x_o+h+1)(x_o+1)}=\boxed{\frac{1}{(x_o+1)^2}}$$

14.6 5)

$$\boxed{f'(x_o)} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h} \overset{\substack{f(x_o+h)=\frac{x_o+h-1}{x_o+h}\\ f(x_o)=\frac{x_o-1}{x_o}}}{=} \lim_{h\to 0}\frac{\frac{x_o+h-1}{x_o+h}-\frac{x_o-1}{x_o}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{(x_o+h-1)x_o-(x_o-1)(x_o+h)}{(x_o+h)x_o}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x_o^2}+\cancel{x_o h}-\cancel{x_o}-\cancel{x_o^2}-\cancel{x_o h}+\cancel{x_o}+h}{h(x_o+h)x_o} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(x_o+h)x_o} = \lim_{h\to 0}\frac{1}{(x_o+h)x_o} = \boxed{\frac{1}{x_o^2}}$$

14.6 6)

$$\boxed{f'(x_o)} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h} \overset{\substack{f(x_o+h)=\frac{x_o+h-1}{x_o+h}\\ f(x_o)=\frac{x_o-1}{x_o}}}{=} \lim_{h\to 0}\frac{\frac{x_o+h-2}{x_o+h+1}-\frac{x_o-2}{x_o+1}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{(x_o+h-2)(x_o+1)-(x_o-2)(x_o+h+1)}{(x_o+h+1)(x_o+1)}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x_o^2}+\cancel{x_o}+\cancel{hx_o}+h-\cancel{2x_o}-\cancel{2}-\cancel{x_o^2}-\cancel{x_o h}-\cancel{x_o}+\cancel{2x_o}+2h+\cancel{2}}{h(x_o+h+1)(x_o+1)} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3\cancel{h}}{\cancel{h}(x_o+h+1)(x_o+1)} = \boxed{\frac{3}{(x_o+1)^2}}$$

14.6 7)

$$\boxed{f'(x_o)} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h} \overset{\substack{f(x_o+h)=\frac{2(x_o+h)+3}{3(x_o+h)-1}=\frac{2x_o+2h+3}{3x_o+3h-1}\\ f(x_o)=\frac{2x_o+3}{3x_o-1}}}{=} \lim_{h\to 0}\frac{\frac{2x_o+2h+3}{3x_o+3h-1}-\frac{2x_o+3}{3x_o-1}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\frac{(2x_o+2h+3)(3x_o-1)-(2x_o+3)(3x_o+3h-1)}{(3x_o+3h-1)(3x_o-1)}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{6x_o^2}-\cancel{2x_o}+\cancel{6hx_o}-2h+\cancel{9x_o}-\cancel{3}-\cancel{6x_o^2}-\cancel{6hx_o}+\cancel{2x_o}-\cancel{9x_o}-9h+\cancel{3}}{h(3x_o+3h-1)(3x_o-1)} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-11\cancel{h}}{\cancel{h}(3x_o+3h-1)(3x_o-1)} = \boxed{\frac{-11}{(3x_o-1)^2}}$$