Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

14.35

$$\boxed{\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(-h)}{2h}} \overset{\text{προσθαφαιρούμε } f(0)}{=} \lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)+f(0)-f(-h)}{2h} =$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{2h}+\lim_{h\to 0}\frac{f(0)-f(-h)}{2h}=$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}-\frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\frac{f(-h)-f(0)}{h} \overset{\substack{\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=f'(0) \\ \lim_{h\to 0}\frac{f(-h)-f(0)}{h}=-f'(0)\ (\text{επεξήγηση } 1)}}{=}$$

$$=\frac{1}{2}f'(0)+\frac{1}{2}f'(0)=\boxed{f'(0)}$$

επεξήγηση 1

$$\boxed{\lim_{h\to 0}\frac{f(-h)-f(0)}{h}} \overset{\substack{\text{θέτουμε } y=-h\Rightarrow h=-y \\ \text{όταν } h\to 0,\ y\to 0}}{=} \lim_{y\to 0}\frac{f(y)-f(0)}{-y}=-\lim_{y\to 0}\frac{f(y)-f(0)}{y}=\boxed{-f'(0)}$$