Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

14.3 1)

α) $$f'(-2)=\lim_{x\to-2}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2}\overset{\substack{f(x)=x^3-x\\ f(-2)=-6}}{=}\lim_{x\to-2}\frac{x^3-x+6}{x+2}\overset{\substack{x^3-x+6:\ \text{ρίζα το } x=-2\\ \text{παραγοντοποίηση με Horner}}}{=}$$

$$=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(x^2-2x+3)}{x+2}=(-2)^2-2(-2)+3=4+4+3=11$$

β) $$f'(1)=\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}\overset{\substack{f(1+h)=(1+h)^3-(1+h)+1\\ f(1)=1}}{=}\lim_{h\to0}\frac{(1+h)^3-(1+h)+1-1}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{1+3h+3h^2+h^3-1-h}{h}=\lim_{h\to0}\frac{2h+3h^2+h^3}{h}=\lim_{h\to0}\frac{h(2+3h+h^2)}{h}=2$$

14.3 2)

$$\boxed{f'(2)}=\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}\overset{\substack{f(x)=x^3\\ f(2)=8}}{=}\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=4+4+4=\boxed{12}$$

14.3 3)

$$\boxed{f'(-1)}=\lim_{h\to0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}\overset{\substack{f(-1+h)=2(-1+h)^3+(-1+h)^2-3(-1+h)+5\\ f(-1)=7}}{=}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{2(-1+h)^3+(-1+h)^2-3(-1+h)+5-7}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{2(h^3-3h^2+3h-1)+1-2h+h^2+3-3h+5-7}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{2h^3-6h^2+6h-2-2h+h^2-3h+2}{h}=\lim_{h\to0}\frac{2h^3-5h^2+h}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{h(2h^2-5h+1)}{h}=\boxed{1}$$

14.3 4)

$$\boxed{f'(-1)}=\lim_{h\to0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}\overset{\substack{f(-1+h)=(-1+h)^3+(-1+h)^2-(-1+h)+2\\ f(-1)=3}}{=}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{(-1+h)^3+(-1+h)^2-(-1+h)+2-3}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{h^3-3h^2+3h-1+1-2h+h^2+1-h-1}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{h^3-2h^2}{h}=\lim_{h\to0}\frac{h(h^2-2h)}{h}=\boxed{0}$$