# Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

## 14.27

Αρχικά είναι $f(x) \le g(x) \le h(x) \overset{x=x_o}{\Rightarrow} f(x_o) \le g(x_o) \le h(x_o) \overset{f(x_o)=h(x_o)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow f(x_o) \le g(x_o) \le f(x_o) \Rightarrow f(x_o) = g(x_o) = h(x_o)$

Έχουμε

$$f(x) \le g(x) \le h(x) \overset{f(x_o)=g(x_o)=h(x_o)}{\Rightarrow} f(x)-f(x_o) \le g(x)-g(x_o) \le h(x)-h(x_o) \quad (1)$$

<u>Έστω x > x</u>$_o$. Διαιρούμε την σχέση (1) με $x - x_o > 0$ και έχουμε

$$\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} \le \frac{g(x)-g(x_o)}{x-x_o} \le \frac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o}$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} \le \dfrac{g(x)-g(x_o)}{x-x_o} \le \dfrac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o} \\ \\ \lim\limits_{x\to x_o^+} \dfrac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} = \lim\limits_{x\to x_o^+} \dfrac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o} = f'(x_o) = h'(x_o) = L \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim_{x\to x_o^+} \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = L} \quad (2)$$

<u>Ομοίως αν x < x</u>$_o$. Διαιρούμε την σχέση (1) με $x - x_o < 0$ και έχουμε

$$\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} \ge \frac{g(x)-g(x_o)}{x-x_o} \ge \frac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o}$$

Οπότε

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} \ge \dfrac{g(x)-g(x_o)}{x-x_o} \ge \dfrac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o} \\ \\ \lim\limits_{x\to x_o^-} \dfrac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} = \lim\limits_{x\to x_o^-} \dfrac{h(x)-h(x_o)}{x-x_o} = f'(x_o) = h'(x_o) = L \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\overset{\text{κριτήριο παρεμβολής}}{\Rightarrow} \boxed{\lim_{x\to x_o^-} \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = L} \quad (3)$$

(2) , (3) $\Rightarrow \lim\limits_{x\to x_o} \dfrac{g(x)-g(1)}{x-1} = L \Rightarrow g'(x_o) = L$ και άρα η g είναι παραγωγίσιμη στο $x_o$