

## 11.2 1)

Η συνάρτηση  $f$

είναι συνεχής στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$

$$\left. \begin{array}{l} f(\alpha) = 2 \\ f(\beta) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f(\alpha) < \sqrt{2} < f(\beta) \quad (\sqrt{2} \approx 1,4142\dots)$$

Οπότε, από το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει τουλάχιστον ένα  $x_0 \in (0,1)$  τέτοιο ώστε  $f(x_0) = \sqrt{2}$

## 11.2 2)

Η συνάρτηση  $f$

είναι συνεχής στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$

$$\left. \begin{array}{l} f(\alpha) = 2 \\ f(\beta) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow f(\alpha) < e < f(\beta) \quad (e \approx 2,71828\dots)$$

Οπότε, από το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει τουλάχιστον ένα  $c \in (\alpha, \beta)$  τέτοιο ώστε  $f(c) = e$

## 11.2 3)

Η συνάρτηση  $f$

είναι συνεχής στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$

$$\left. \begin{array}{l} f(\alpha) = 0 \\ f(\beta) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f(\alpha) < \ln 2 < f(\beta) \quad (\ln 1 < \ln 2 < \ln e \Rightarrow 0 < \ln 2 < 1)$$

Οπότε, από το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει  $x_0 \in (\alpha, \beta)$  τέτοιο ώστε  $f(x_0) = \ln 2$

## 11.2 4)

Η συνάρτηση  $f$

είναι συνεχής στο διάστημα  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\left. \begin{array}{l} f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} \eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12} \\ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \eta\mu \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) < 1 < f\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (\pi \approx 3,14159\dots)$$

Οπότε, από το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει τουλάχιστον ένα  $\xi \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

τέτοιο ώστε  $f(\xi) = 1$