

11.12

Αν $f(3) = 4$ τότε η ρίζα υπάρχει και είναι το $3 \in [1, 3]$

Έστω $f(3) > 4$. Τότε

$$f(1) \cdot f(3) = 16 \stackrel{f(1) \cdot f(3) = 16 \Rightarrow f(3) \neq 0}{\Rightarrow} f(1) = \frac{16}{f(3)} \stackrel{f(3) > 4}{\Rightarrow} f(1) < \frac{16}{4} \Rightarrow f(1) < 4$$

Έτσι

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, 3]$

$$f(1) < 4 < f(3)$$

Οπότε, από το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών, υπάρχει τουλάχιστον μία ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 4$

Ομοίως και αν $f(3) < 4$. Οπότε σε κάθε περίπτωση η εξίσωση $f(x) = 4$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο $[1, 3]$