

10.9 1)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[3, 5]$

$$\left. \begin{array}{l} f(3) = -2 < 0 \\ f(5) = 4 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(3)f(5) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα $(3, 5)$ και επειδή η f είναι 1 – 1 η ρίζα αυτή θα είναι μοναδική

10.9 2)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 5 > 0 \\ f(1) = -3 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα $(0,1)$ και επειδή η f είναι αντιστρέψιμη, η ρίζα αυτή θα είναι μοναδική

10.9 3)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-4, 3]$

$$\left. \begin{array}{l} f(-4) = 2 > 0 \\ f(3) = -1 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(-4)f(3) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (-4, 3)$ τέτοιο ώστε $f(\xi) = 0$ και επειδή η f είναι γνησίως φθίνουσα, άρα και 1 – 1, το ξ αυτό θα είναι μοναδικό

10.9 4)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[2, 7]$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = -5 < 0 \\ f(7) = 8 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(2)f(7) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (2, 7)$ τέτοιο ώστε $f(\xi) = 0$ και επειδή η f είναι γνησίως φθίνουσα, άρα και 1 – 1, το ξ αυτό θα είναι μοναδικό