

10.8 1)

Θεωρούμε την συνάρτηση $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^6 + 5x - 1$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0,1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0^6 + 5 \cdot 0 - 1 = -1 < 0 \\ f(1) = 1^6 + 5 \cdot 1 - 1 = 5 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $x^6 + 5x = 1$, έχει τουλάχιστο μια ρίζα στο διάστημα $(0,1)$ η οποία προφανώς είναι θετική και μικρότερη του 1

10.8 2)

Θεωρούμε την συνάρτηση $f : [-2,0] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 - 2x + 3$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-2,0]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{array}{l} f(-2) = (-2)^3 - 2 \cdot (-2) + 3 = -1 < 0 \\ f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0 + 3 = 3 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(-2)f(0) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $x^3 = 2x - 3$, έχει τουλάχιστο μια ρίζα στο διάστημα $(-2,0)$ η οποία προφανώς είναι αρνητική και μεγαλύτερη του -2