

## 10.52

Έστω ότι ο πεζοπόρος ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_1 = 0$  (στις 6:00 το πρωί) και φτάνει στο ναό μετά από  $t_2 = 12$  ώρες έχοντας διανύσει  $s$  χιλιόμετρα

Έστω  $f(t)$  η απόσταση του πεζοπόρου από την πόλη την πρώτη μέρα

και  $g(t)$  η απόσταση του πεζοπόρου από την πόλη την δεύτερη μέρα

Θα είναι  $f(0) = 0$  και  $f(12) = s$

$$g(0) = s \text{ και } g(12) = 0$$

Θεωρούμε την συνάρτηση  $h$  με  $h(t) = f(t) - g(t)$

Η συνάρτηση  $h$

είναι συνεχής στο διάστημα  $[0, 12]$

$$\left. \begin{array}{l} h(0) = f(0) - g(0) = 0 - s = -s < 0 \\ h(12) = f(12) - g(12) = s - 0 = s > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow h(0) \cdot h(12) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα  $x_0 \in (0, 12)$  τέτοιο ώστε

$$h(t_0) = 0 \Rightarrow f(t_0) - g(t_0) = 0 \Rightarrow \boxed{f(t_0) = g(t_0)}$$

που σημαίνει ότι την χρονική στιγμή  $t_0$  βρίσκεται το ίδιο σημείο στο δρόμο για την κορυφή του βουνού