

10.46

Έχουμε ότι

$$\left. \begin{array}{l} f \text{ συνεχής στο } \mathbb{R} \\ f(x) \neq 0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R} \\ f(8) = -5 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{η } f \text{ διατηρεί } \underline{\text{σταθερό αρνητικό πρόσημο}} \text{ στο } \mathbb{R}$$

δηλαδή $\underline{f(2) < 0}$

Οπότε

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\sqrt{x^2 + 5x} + f(2)x \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5}{x} \right)} + f(2)x \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[|x| \sqrt{1 + \frac{5}{x}} + f(2)x \right] =$$

$$\begin{aligned} \text{όταν } x \rightarrow -\infty \Rightarrow x < 0 \\ = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x \sqrt{1 + \frac{5}{x}} + f(2)x \right] &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-\sqrt{1 + \frac{5}{x}} + f(2) \right] = \end{aligned}$$

$$= (-\infty) \left[-\sqrt{1+0} + f(2) \right] = (-\infty) \left[-1 + f(2) \right] \stackrel{f(2) < 0 \Rightarrow -1+f(2) < 0}{=} \boxed{+\infty}$$