

10.36

Θεωρούμε την συνάρτηση $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 + 2x^2 - \alpha x - 2$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-1, 1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 + 2(-1)^2 - \alpha(-1) - 2 = -1 + \cancel{\alpha} + \alpha - \cancel{\alpha} = \alpha - 1 \\ f(1) &= 1^3 + 2 \cdot 1^2 - \alpha \cdot 1 - 2 = 1 + \cancel{\alpha} - \alpha - \cancel{\alpha} = -\alpha + 1 = -(\alpha - 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(-1) \cdot f(1) = -(\alpha - 1)^2 \stackrel{\alpha \neq 1}{\Rightarrow} f(-1) \cdot f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $x^3 + 2x^2 - \alpha x - 2 = 0$, έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα $(-1, 1)$