

10.34

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, \sqrt[4]{2}]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 1^5 - 1 - 1 = -1 < 0 \\ f(\sqrt[4]{2}) &= \sqrt[4]{2}^5 - \sqrt[4]{2} - 1 = \sqrt[4]{2}^4 \sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{2} - 1 = 2\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{2} - 1 \\ &= \sqrt[4]{2} - 1 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1)f(\sqrt[4]{2}) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , έχει τουλάχιστον μία ρίζα, δηλαδή ένα τουλάχιστο σημείο μηδενισμού, μεταξύ των αριθμών 1 και $\sqrt[4]{2}$