

10.33

Θεωρούμε την συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-2, 0]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(-2) &= 2 \cdot (-2)^5 - 3 \cdot (-2)^4 + 2 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 3 = -91 < 0 \\ f(0) &= 2 \cdot 0^5 - 3 \cdot 0^4 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 3 = 3 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-2)f(0) < 0$$

Οπότε, από το θεώρημα Bolzano, η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3 = 0$, έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(-2, 0)$

Επίσης, η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 2 \cdot 0^5 - 3 \cdot 0^4 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 3 = 3 > 0 \\ f(1) &= 2 \cdot 1^5 - 3 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 3 = -1 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Οπότε, από το θεώρημα Bolzano, η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3 = 0$, έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(0, 1)$

Τέλος, η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, 2]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1^5 - 3 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 3 = -1 < 0 \\ f(2) &= 2 \cdot 2^5 - 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3 = 17 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1)f(2) < 0$$

Οπότε, από το θεώρημα Bolzano, η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3 = 0$, έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(1, 2)$

Επομένως η εξίσωση $2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3 = 0$, έχει τουλάχιστον τρεις πραγματικές ρίζες, μία στο διάστημα $(-2, 0)$, μία στο διάστημα $(0, 1)$ και μία διάστημα $(1, 2)$