

10.3 1)

Αρκεί , να αποδειχτεί ότι , η συνάρτηση έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(- 1 , 1)$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[- 1 , 1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 2(-1)^3 - 5(-1)^2 + 3(-1) + 1 = -9 < 0 \\ f(1) = 2 \cdot 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(-1)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(- 1 , 1)$ και άρα έχει τουλάχιστον ένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$, με τετμημένη στο διάστημα $(- 1 , 1)$

10.3 2)

Αρκεί , να αποδειχτεί ότι , η συνάρτηση έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(0 , 1)$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0 , 1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0^4 + 2 \cdot 0 - 1 = -1 < 0 \\ f(1) = 1^4 + 2 \cdot 1 - 1 = 2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , έχει τουλάχιστο μία ρίζα στο διάστημα $(0 , 1)$ και άρα έχει τουλάχιστον ένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$, με τετμημένη στο διάστημα $(0 , 1)$