

10.29

Η εξίσωση $x = \sqrt[3]{5+x}$ είναι ισοδύναμη με την εξίσωση $x^3 = 5+x \Leftrightarrow x^3 - x - 5 = 0$.

Οπότε θεωρούμε την συνάρτηση $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 - x - 5$

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, 2]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 1^3 - 1 - 5 = -5 < 0 \\ f(2) = 2^3 - 2 - 5 = 8 - 2 - 5 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(1)f(2) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η συνάρτηση f , άρα και η εξίσωση $x = \sqrt[3]{5+x}$, έχει τουλάχιστο μια ρίζα στο διάστημα $(1, 2)$