

10.2 1)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, 2]$, ως πολωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -3 < 0 \\ f(2) &= 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 5 = 21 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1)f(2) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα $(1, 2)$

10.2 2)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-1, 3]$, ως πολωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 5 = -9 < 0 \\ f(3) &= 3^3 - 3^2 + 2 \cdot 3 + 5 = 29 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1)f(2) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα $(1, 2)$

10.2 3)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[1, e^2]$, ως διαφορά συνεχών συναρτήσεων

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= \ln 1 - 1 + 2 = 1 > 0 \\ f(e^2) &= \ln e^2 - e^2 + 2 \stackrel{\ln e^2 = 2}{=} 4 - e^2 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1)f(e^2) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα $(1, 2)$