

10.1 1)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 0 - 1 = -1 < 0 \\ f(1) &= 1^3 + 2 \cdot 1^2 + 1 - 1 = 3 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε

$$f(\xi) = 0$$

10.1 2)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[-2, 0]$, ως πολυωνυμική

$$\left. \begin{aligned} f(-2) &= (-2)^3 - (-2)^2 + 1 = -11 < 0 \\ f(0) &= 0^3 - 0^2 + 1 = 1 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-2)f(0) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (-2, 0)$ τέτοιο ώστε

$$f(x_0) = 0$$

10.1 3)

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[0, 1]$, ως πράξεις συνεχών συναρτήσεων

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= e^0 - 2 = -1 < 0 \\ f(1) &= e^1 - 2 = e - 2 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0)f(1) < 0$$

Άρα από το θεώρημα Bolzano υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε

$$f(\xi) = 0$$