

Πρέπει $(\alpha^2 + 1)x^2 - 4\alpha x + \alpha^2 + 1 \neq 0$. Όμως το τριώνυμο $(\alpha^2 + 1)x^2 - 4\alpha x + \alpha^2 + 1$ έχει διακρίνουσα

$$\begin{aligned}\Delta &= (-4\alpha)^2 - 4 \cdot (\alpha^2 + 1) \cdot (\alpha^2 + 1) = 16\alpha^2 - 4(\alpha^4 + 2\alpha^2 + 1) = 16\alpha^2 - 4\alpha^4 - 8\alpha^2 - 4 = \\ &= -4\alpha^4 + 8\alpha^2 - 4 = -4(\alpha^2 - 2\alpha + 1) = -4(\alpha^2 - 1)^2\end{aligned}$$

Για την παραπάνω διακρίνουσα προφανώς ισχύει $\Delta \leq 0$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $\alpha = -1$ και $\alpha = 1$. Επειδή όμως $\alpha \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ θα είναι $\Delta < 0$ και άρα το τριώνυμο του παρονομαστή δεν έχει ρίζες οπότε **το πεδίο ορισμού της f είναι το $\mathbb{R}$**